

МЕТОД ОБЛАСТЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ НЕРАВЕНСТВ С ПАРАМЕТРАМИ

УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ

МБОУ «ГИМНАЗИЯ №18 ИМЕНИ И.
Я. ИЛЮШИНА»

ТРЕЩЕНКОВА ИРИНА
ВЛАДИМИРОВНА

2023 ГОД

«МАТЕМАТИКА – ЭТО
ИСКУССТВО
ПРЕВРАТИТЬ ПРОБЛЕМУ
В РЕШЕНИЕ ЧЕРЕЗ
УМЕНИЕ РАБОТАТЬ С
ПАРАМЕТРАМИ»



ЦЕЛЬ УРОКА

Познакомиться с подходом (методом областей) к решению задач с параметрами, изучить класс задач, для которых непосредственно применяется метод областей.

ПЕРВЫЙ ШАГ НА ПУТИ К НАШЕЙ ЦЕЛИ

Решите неравенство

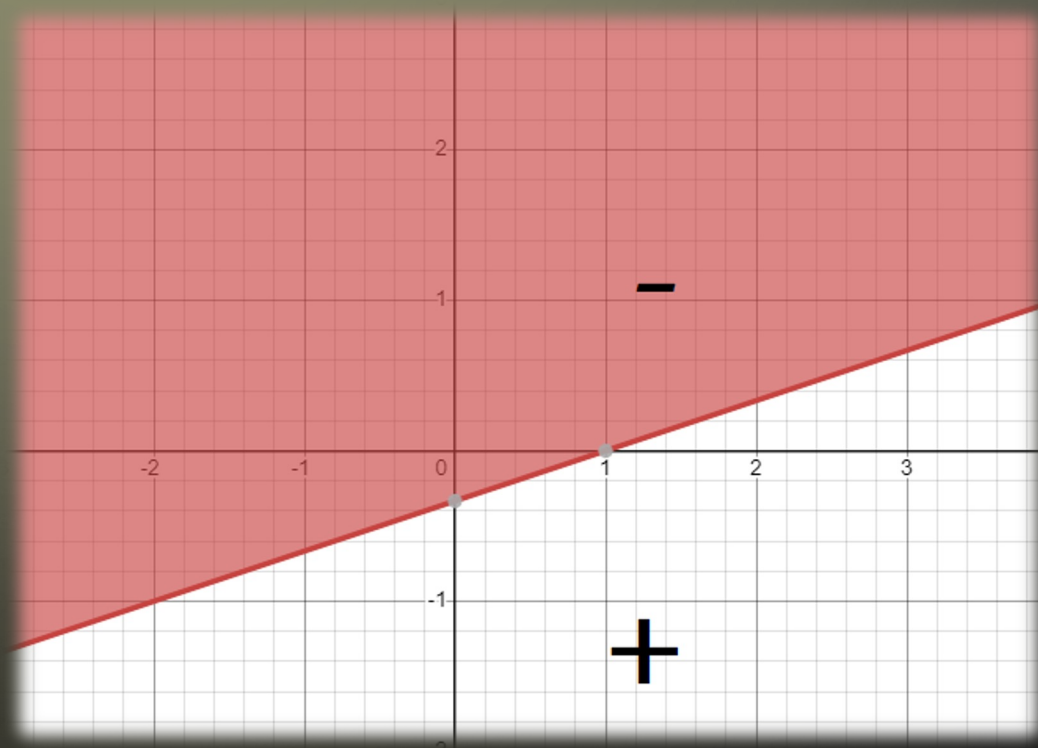
$$\frac{x - 3a - 1}{x + 2a - 2} < 0$$

А ЭТО?

$$x - 3y - 1 \leq 0$$

1. Построим график, функции $y = \frac{1}{3}(x - 1)$.

2. Определим знаки в областях



«ПОДСКАЗКА»

Если нужно решить неравенство методом областей, то:

1. Раскладываем данное неравенство на множители
2. Рассмотрим, как функцию $f(x,a)=0$ или $g(a,x)=0$
3. Построим графический образ на координатной плоскости, разбивающий её на «частичные области»
4. Определяем знак неравенства в каждой из получившихся областей
5. «Считываем» нужную информацию...



...и будет нам счастье

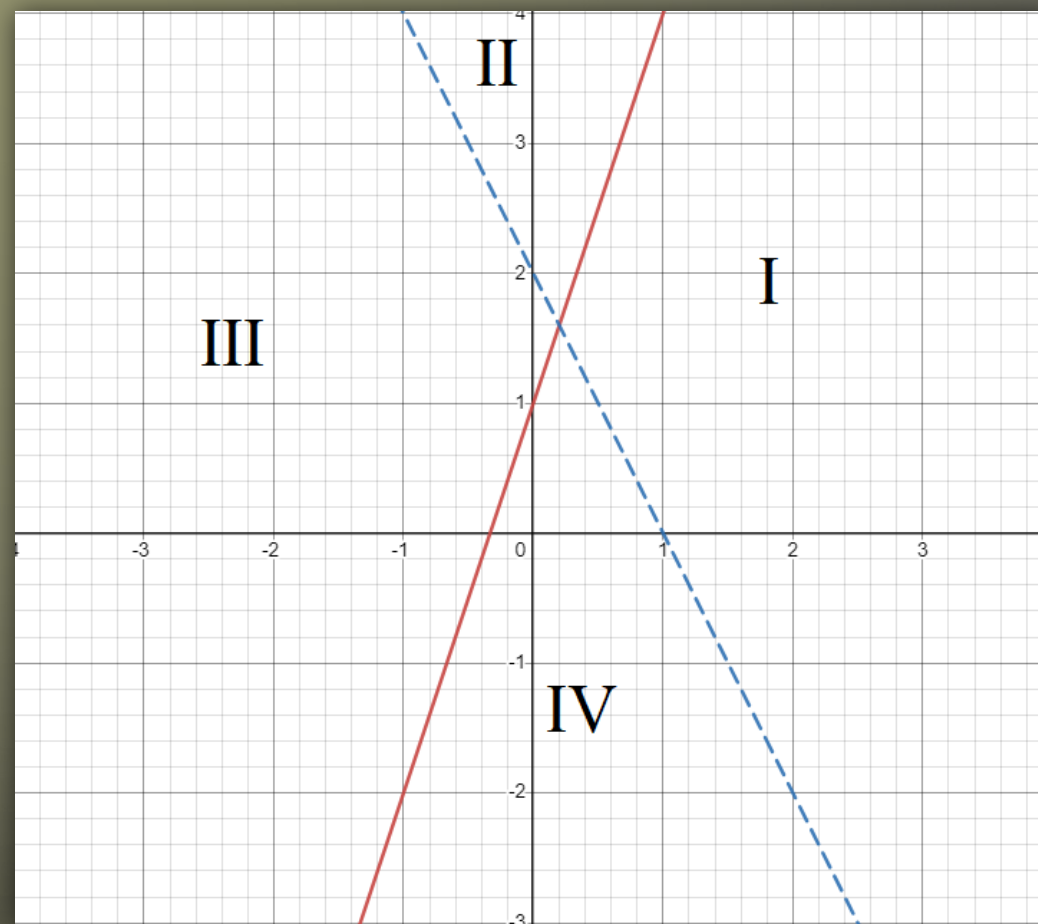
ПОРА ДВИГАТЬСЯ ДАЛЬШЕ

Найти все значения a , при которых неравенство

$$\frac{x - (3a + 1)}{x - (2 - 2a)} \leq 0 \quad \text{выполняется для всех } x \text{ из промежутка } 2 \leq x \leq 3$$

ЕСЛИ ПОДУМАТЬ, ТО...

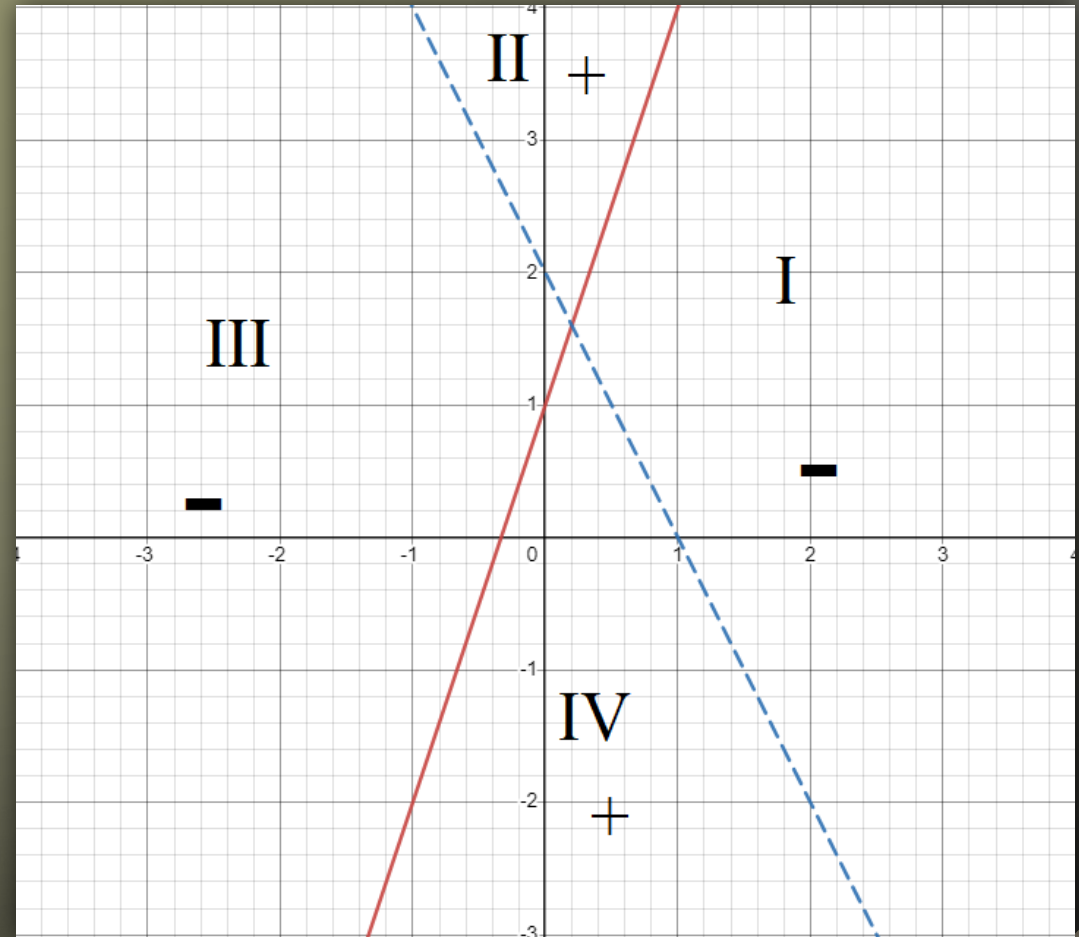
На координатной плоскости aOx числитель обращается в нуль на прямой $x = 3a + 1$, а знаменатель – на прямой $x = 2 - 2a$. Эти прямые разбивают на четыре частичные области I–IV



- Устанавливаем знак в каждой области.
- Получим, что неравенство

$$\frac{x-(3a+1)}{x-(2-2a)} \leq 0$$

выполняется в I и III областях, причем граница $x = 3a + 1$ является его решением, а граница $x = 2 - 2a$ не принадлежит множеству решений рассматриваемого неравенства.



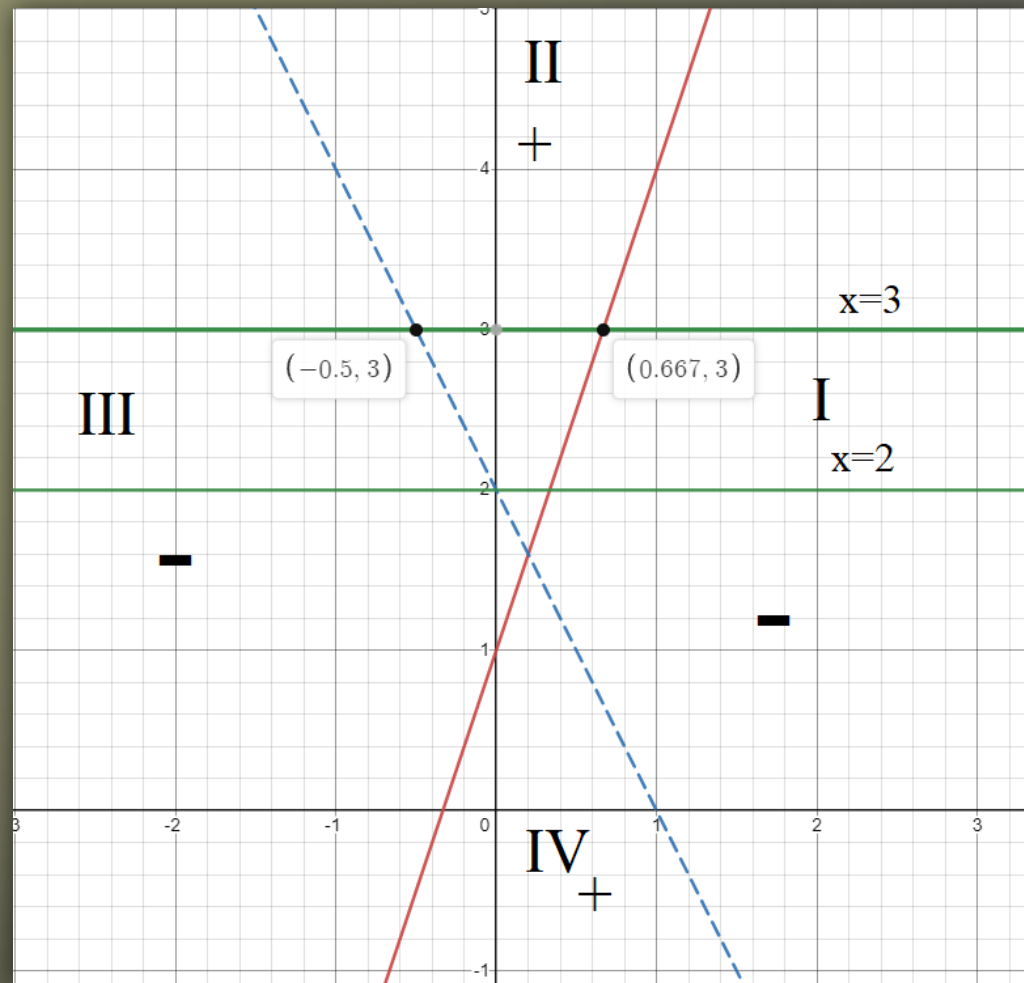
Проведем прямые $x=2$ и $x=3$.

Следовательно, неравенство

$$\frac{x-(3a+1)}{x-(2-2a)} \leq 0$$

выполняется сразу для всех x
из промежутка $2 \leq x \leq 3$

При $a < -\frac{1}{2}$ и $a \geq \frac{2}{3}$



Ну разве не классно?

$$x^2 - 2x \leq a$$

«ВМЕСТЕ ВЕСЕЛО ШАГАТЬ ПО ПРОСТОРАМ...» ОСОБЕННО ПО ПРОСТОРАМ ЗНАНИЙ

Найти наименьшее значение параметра a , при котором система имеет хотя бы одно решение

$$\begin{cases} a < |x| \\ x^2 - 2x \leq a \end{cases}$$

ПРОВЕРЯЕМ



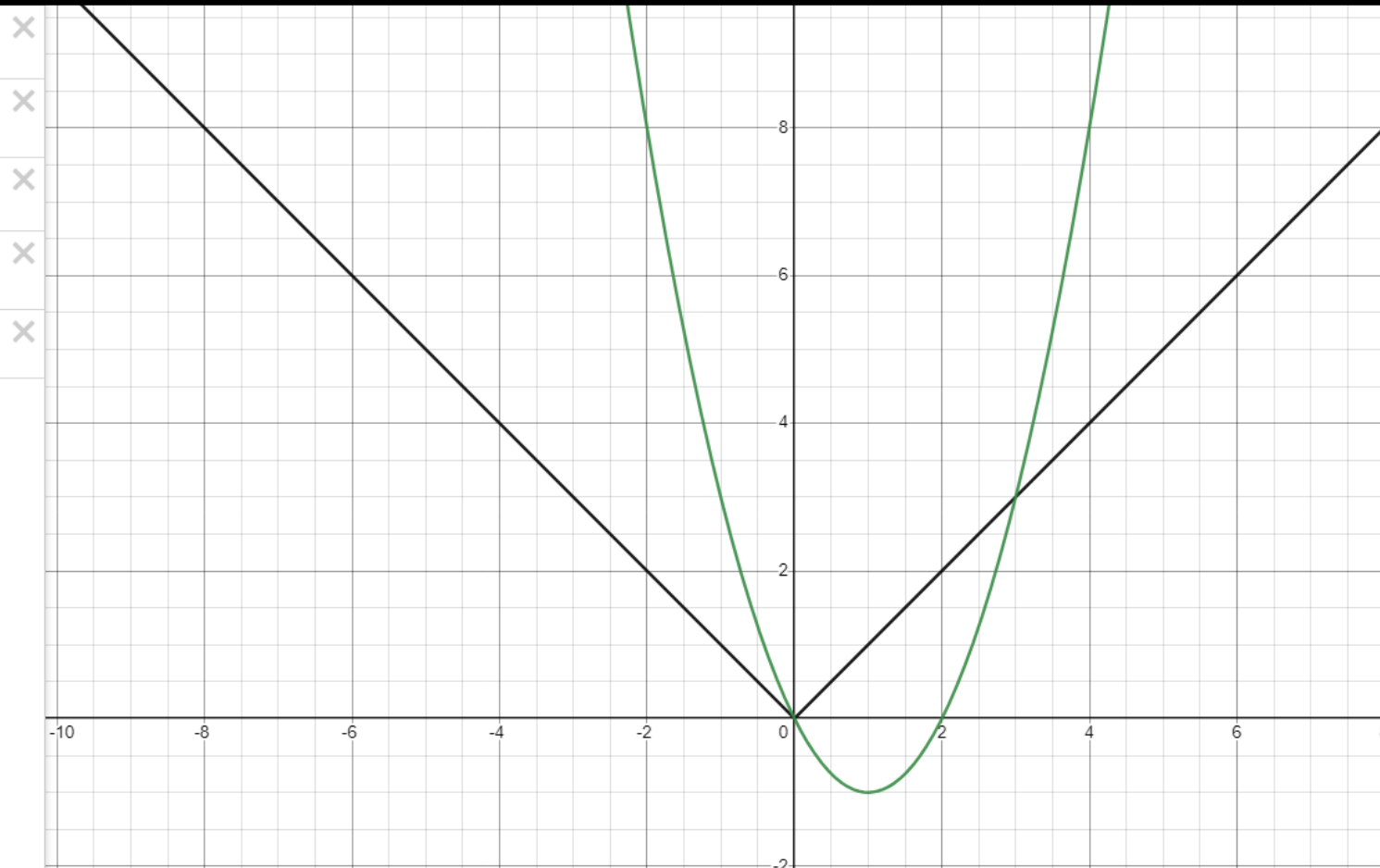
1.



$$a = |x|$$



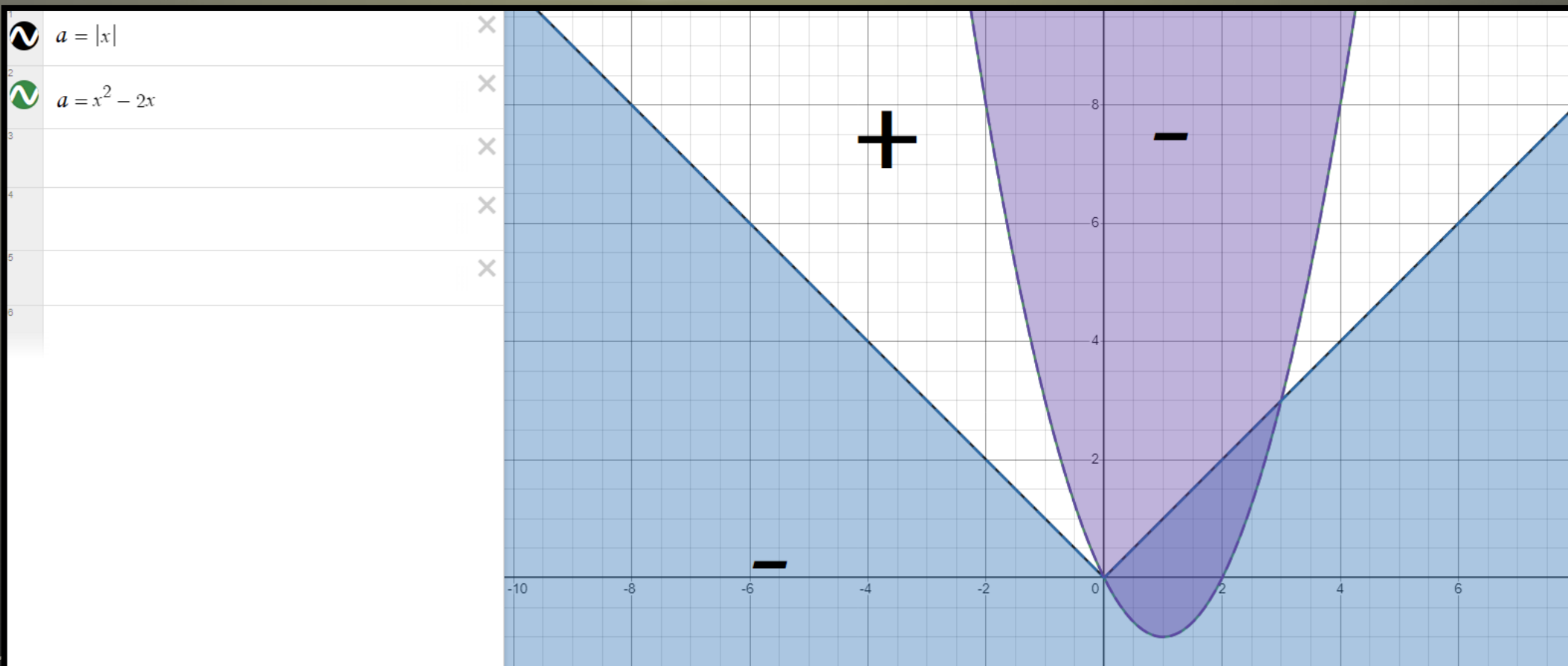
$$a = x^2 - 2x$$



ПРОВЕРЯЕМ



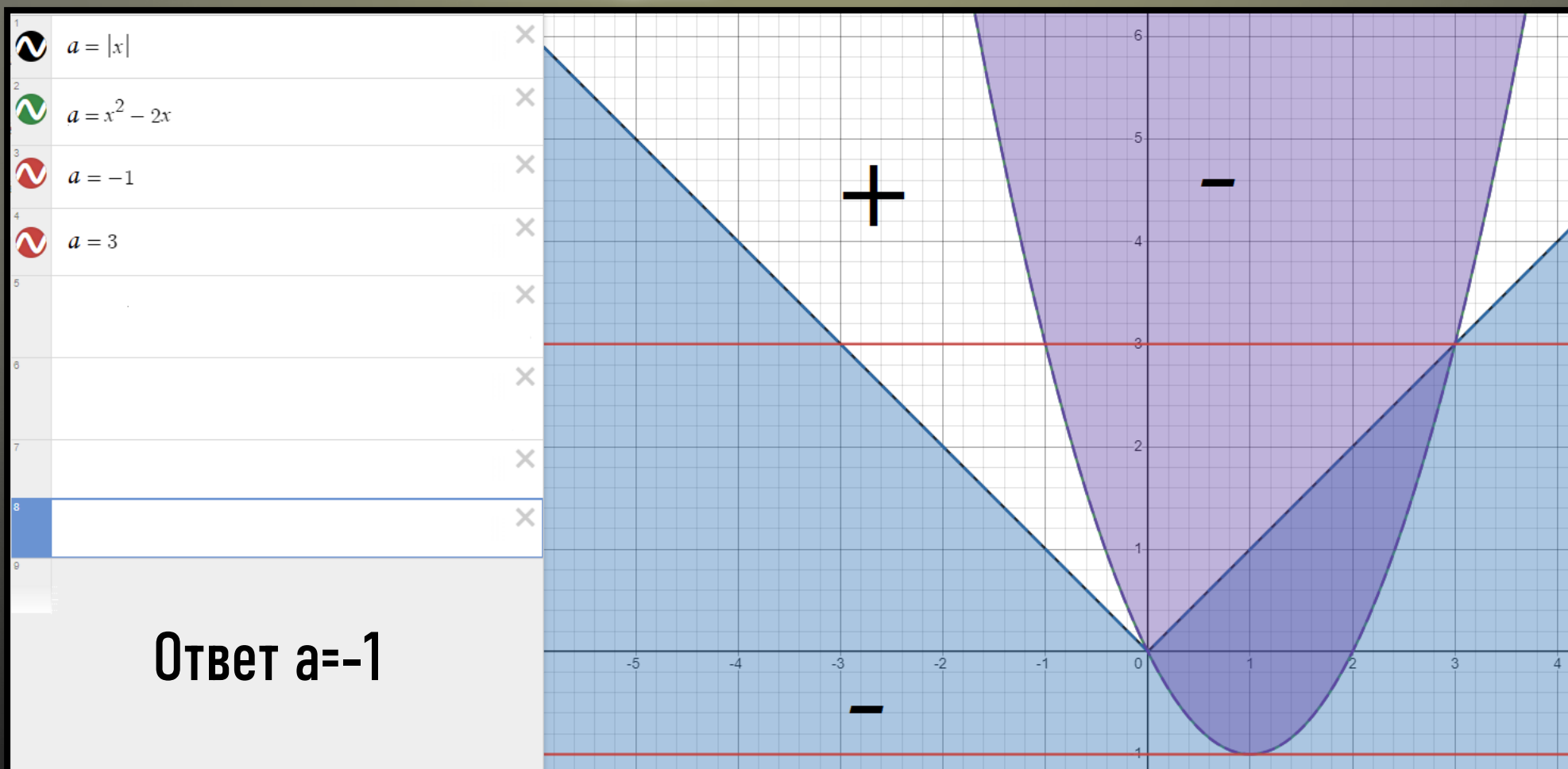
2.



ПРОВЕРЯЕМ



3.



ОБСУЖДАЕМ НАШИ РЕЗУЛЬТАТЫ

- Как вы думаете какими преимуществами обладает метод областей?
- Какие общие признаки задач, подходящие по рассматриваемый метод, вы можете выделить?
- Какой метод решений неравенств напоминает «метод областей» в чем их сходство, в чем различие?



**НАША ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ – ЭТО ПУТЬ,
ВЕДУЩИЙ К ЗНАНИЯМ**



**А КАК ЧУВСТВУЕШЬ
СЕБЯ ТЫ?**



КОЕ-ЧТО ВОЗЬМИТЕ НА ДОРОЖКУ ДОМОЙ

Найдите значения a , при которых система

$$\begin{cases} x^2 - (3a - 1)x + 2a^2 - a \leq 0, \\ ax = 1. \end{cases} \text{ имеет решения}$$